НАЦІОНАЛЬНИЙ АВІАЦІЙНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

Аерокосмічний факультет

Кафедра автоматизації та енергоменеджменту

НАДІЙНІСТЬ ТА ДІАГНОСТИКА ЕЛЕКТРООБЛАДНАННЯ

Методичні рекомендації
до виконання практичних робіт
для студентів ОС «Бакалавр» спеціальності
141 «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка»
ОПП «Енергетичний менеджмент»
(електронний варіант)

Затверджено на засіданні кафедри АЕМ АКФ
Протокол №14 від «28» серпня 2023 р.

Викладач Н. Тимошенко

КИЇВ-2023

Практична робота № 1

Визначення кількісних характеристик надійності за статистичними даними відмов виробів.

Мета: отримання навичок знаходження кількісних характеристик надійності за статистичним даними відмов виробів.

Звіт має містити:

1. Назву лабораторної роботи.
2. Мету роботи.
3. Короткі теоретичні відомості.
4. Розв'язати задачі, згідно варіанту.
5. Висновки по роботі.

Приклад 1.

На випробування поставлено 1000 транзисторів, за перші 3000годин відмовило 80 транзисторів, а за інтервал часу від 3000 до 4000 годин відмовило ще 50. Визначити статистичну оцінку імовірності безвідмовної роботи та імовірності віднови за 3000 годин; частоту відмов та інтенсивність відмов на проміжку часу від 3000 до 4000 годин.

Розв'язок.

$$p(3000) = \frac{N(t)}{N_0} = \frac{920}{1000} = 0{,}92$$

$$q(3000) = \frac{N_0 - N(t)}{N_0} = 1 - p(t) = \frac{80}{1000} = 1 - 0{,}92 = 0{,}08$$

$$f(3000-4000) = \frac{\Delta N(t)}{N_0 \cdot \Delta t} = \frac{50}{1000 * 1000} = 0{,}5 \cdot 10^{-4} 1/\text{г}$$

$$\lambda(3000-4000) = \frac{\Delta N(t)}{N(t) \cdot \Delta t} = \frac{f(t)}{p(t)} = \frac{50}{(1000-80-50) \cdot 1000} = \frac{0{,}5 \cdot 10^{-4}}{0{,}87} = 0{,}57 \cdot 10^{-4} 1/\text{г}$$

Приклад 2.

На випробування поставлено 800 реле. За 2000 годин відмовило 200. За інтервал часу у 500 годин, відмовило ще 100. Визначити ймовірність безвідмовної роботи *p*(2000), *p*(2500), *f*(2000), *f*(2500), λ(2000), λ(2500).

Розв'язок.

$$p(2000) = \frac{N(t)}{N_0} = \frac{600}{800} = 0{,}75;\ p(2500) = \frac{500}{800} = 0{,}625$$

$$f(2000) = \frac{\Delta N(t)}{N_0 \cdot \Delta t} = \frac{200}{800 * 2000} = 1{,}25 \cdot 10^{-4} 1/\text{г}$$

$$f(2500) = \frac{300}{800 * 2500} = 1{,}5 \cdot 10^{-4} 1/\text{г}$$

$$\lambda(2000) = \frac{\Delta N(t)}{N(t) \cdot \Delta t} = \frac{f(t)}{p(t)} = \frac{200}{(800-200) \cdot 2000} = \frac{1{,}25 \cdot 10^{-4}}{0{,}75} = 1{,}67 \cdot 10^{-4} 1/\text{г}$$

$$\lambda(2500) = \frac{\Delta N(t)}{N(t) \cdot \Delta t} = \frac{f(t)}{p(t)} = \frac{300}{(800-200-100) \cdot 2500} = \frac{1{,}5 \cdot 10^{-4}}{0{,}625} = 2{,}4 \cdot 10^{-4} 1/\text{г}$$

Задачі для самостійного розв’язку.
Варіант 1.

Задача 1.
На випробування поставлено 100 однотипних виробів. За 4000 годин відмовило 50 виробів. За інтервал часу від 4000 до 4100 відмовило ще 20 виробів. Визначити імовірність безвідмовної роботи та імовірність відмов для часу 4100 годин; частоту відмов та інтенсивність відмов для інтервалу від 4000 та 4100 годин.

Задача 2.
Протягом 3000 годин випробовувалися 395 приладів. Розподіл їх відмов наведений у таблиці.

Δt	0-300	300-600	600-900	900-1200	1200-1800	1800-2100	2100-2400	2400-3000
$\Delta N(t)$	15	30	50	65	70	100	50	15

1. Визначити середній час безвідмовної роботи.
2. Побудувати графік інтенсивності відмов.

Практична робота № 2

Визначення кількісних характеристик надійності за статистичними даними відмов виробів.

Мета: отримання навичок знаходження кількісних характеристик надійності за статистичним даними відмов виробів.

Звіт має містити:

1. Назву лабораторної роботи.
2. Мету роботи.
3. Короткі теоретичні відомості.
4. Розв'язати задачі, згідно варіанту.
5. Висновки по роботі.

Приклад 1

На випробування поставлено 6 однотипних трансформаторів. Отримано наступні значення часу безвідмовної роботи: t_1=280 год, t_2=350 год, t_3=400 год, t_4=320 год, t_5=380 год, t_6=330 год. Знайти статистичну оцінку середнього часу безвідмовної роботи.

Розвязок.

$$T_{\text{ср}} = \frac{1}{N_0}\sum_{i=1}^{N} t_i = \frac{1}{6}(280 + 350 + 400 + 320 + 380 + 330) = 343{,}3 \text{ год}$$

Приклад 2

У результаті спостереження за 35 зразками радіо електричної апаратури, отримані дані до першої відмови всіх 35 зразків, які зведені у таблицю.

$\Delta\, t$	0-5	5-10	10-15	15-20	20-25	25-30	30-35	35-40	40-45	45-50
$\Delta\, N(t)$	1	5	8	2	5	6	4	3	0	1

Визначити середній час безвідмовної роботи.

$$T_{\text{ср}} = \frac{1}{N_0}\sum_{i=1}^{N} t_i = \frac{1}{35}\begin{pmatrix} 2{,}5\cdot 1 + 7{,}5\cdot 5 + 12{,}5\cdot 8 + 17{,}5\cdot 2 + 22{,}5\cdot 5 + 27{,}5\cdot 6 + 32{,}5\cdot 4 + \\ +37{,}5\cdot 3 + 42{,}5\cdot 0 + 47{,}5\cdot 1 \end{pmatrix}$$
$$= 21{,}21 \text{ год}$$

Задачі для самостійного розв'язку.

Задача 1.

Протягом 1000 годин із 10 трансформаторів відмовило 2. За інтервал від 1000 до 1100 годин відмовив ще 1 трансформатор. Визначити імовірність безвідмовної роботи та імовірність відмов для часу 1000 годин; частоту відмов та інтенсивність відмов для 1000 та 1100 годин.

Задача 2.

Протягом 3000 годин випробовувалися 55 приладів. Розподіл їх відмов наведений у таблиці.

$\Delta\, t$	0-300	300-600	600-900	900-1200	1200-1800	1800-2100	2100-2400	2400-3000
$\Delta\, N(t)$	2	9	12	3	8	15	4	2

1. Визначити середній час безвідмовної роботи.
2. Побудувати графік частоти відмов.

Практична робота №3.
Аналітичне визначення кількісних характеристик надійності виробів для експоненціального закону розподілу.

Експоненціальний(показників) закон розподілу описує надійність виробів у період їх нормальної експлуатації , коли поступові відмови ще не проявляються та надійність характеризується раптовими відмовами.

При ЕЗР ймовірність безвідмовної роботи не залежить від того, скільки пропрацював виріб з початку експлуатації, а визначається конкретною тривалістю періоду, який розглядається, що носить назву час виконання завдання. Таким чином, ця модель не враховує поступової зміни параметрів технічного стану, наприклад, в результаті зношування, старіння та інших причин, а розглядає, так звані, нестаріючі елементи та їх відмови. ЕЗР використовується найчастіше при описі часу безвідмовної роботи різних виробів: складних технічних систем, що експлуатуються в період після припрацювання і до появи поступових відмов; елементів електронної апаратури, систем управління. Характерною рисою даного закону розподілу є сталість інтенсивності відмов.

Основні характеристики надійності для цього закону розподілу мають наступний вигляд:

1. $P(t) = e^{-\lambda t}$
2. $Q(t) = 1 - P(t) = 1 - e^{-\lambda t}$
3. $F(t) = -\frac{dP(t)}{dt} = \lambda e^{-\lambda t}$
4. $\lambda(t) = \frac{F(t)}{P(t)} = \frac{\lambda e^{-\lambda t}}{e^{-\lambda t}} = \lambda = const$
5. $T_{cp} = \frac{1}{\lambda}$

Графіки зміни показників безвідмовності при ЕЗР наведені на рис. 1.

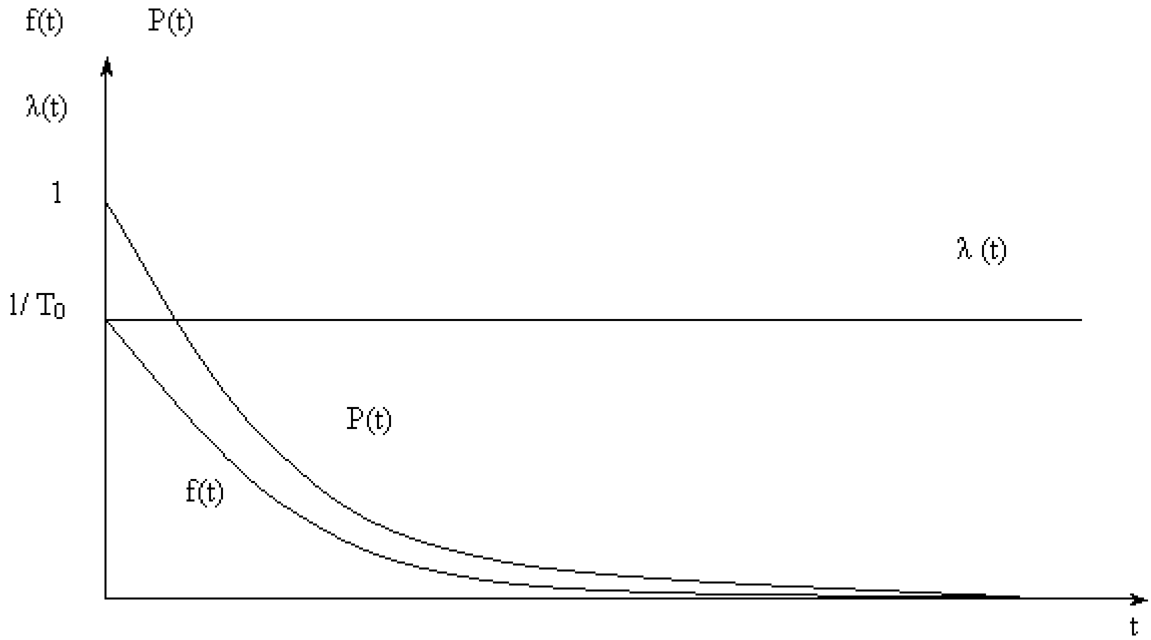


Рис. 1. Графіки зміни показників $P(t), F(t), \lambda(t)$

Приклад 1

Яка ймовірність відмови об'єкту протягом наробітку 400 годин, якщо його щільність розподілу наробітку до відмови (частота) $\mathrm{F(t)} = 2 \cdot 10^{-4}\exp(2 \cdot 10^{-4} \cdot \mathrm{t})$

Розв'язок.

$$\lambda = 2 \cdot 10^{-4} 1/\text{год}$$

$$\mathrm{Q}(400) = 1 - e^{-2\cdot 10^{-4}\cdot 400} = 1 - 0{,}92 = 0{,}08$$

Приклад 2

Виріб має ресурс 1000 год та середній час наробітку до відмови $T_{cp} = 10000$ год. Визначити ймовірність безвідмовної роботи за перші 10 годин та за весь ресурс, рахуючи справедливим ЕЗР.

Розв'язок.

$$P(t) = e^{-\lambda t}, T_{cp} = \frac{1}{\lambda} \Longrightarrow \lambda = \frac{1}{T_{cp}}$$

$$\lambda = \frac{1}{10000} = 0{,}1 \cdot 10^{-3} 1/\text{год}$$

$$P(10) = e^{-0{,}1\cdot 10^{-3}\cdot 10} = 0{,}999$$

$$P(10000) = \mathrm{e}^{-0{,}1\cdot 10^{-3}\cdot 10000} = 0{,}368$$

Приклад 3

Час роботи елемента до відмови підпорядковується ЕЗР з параметром $\lambda = 2.5\ 10^{-5}$ 1/год. Необхідно визначити кількісні характеристики надійності виробу P(t),Q(t),F(t),$\mathrm{T_{cp}}$ для t=1000час.

Розв'язок.

1. 1. $P(t) = e^{-\lambda t}$
$$P(1000) = e^{-2{,}5\cdot 10^{-5}\cdot 1000} = e^{-0.025} = 0.9753$$
2. $Q(t) = 1 - P(t)$
$$Q(1000) = 1 - P(1000) = 1 - 0.9753 = 0.0247$$
3. $F(t) = -\frac{dP(t)}{dt} = \lambda e^{-\lambda t}$
$$F(1000) = -2{,}5 \cdot P(1000) = -2{,}5 \cdot 10^{-5} \cdot 0.9753 = 2.439 \cdot 10^{-5} 1/\text{год}$$
4. Середній час безвідмовної роботи $T_{cp} = \frac{1}{\lambda}$
$$T_{cp} = \frac{1}{-2{,}5 \cdot 10^{-5}} = 40000 \text{ год}$$

Задачі для самостійного розв'язку.

Задача 1

Ймовірність безвідмовної роботи лінії виготовлення циліндрів двигуна протягом 120 г дорівнює 0,9. Передбачається, що справедливим є ЕЗР. Необхідно визначити інтенсивність відмов та частоту відмов при t=120 год, а також середній час безвідмовної роботи.

Задача 2 (ВІ)

Наробіток до відмови станка підпорядковується ЕЗР. Визначити ймовірність безвідмовної роботи та ймовірність відмови станка за 500 годин роботи, якщо середній наробіток до відмови $T_{cp} = 2500$ год

Задача 2 (ВІІ)

Визначити кількісні характеристики надійності станка за період 2700 годин при $\lambda = -2 \cdot 10^{-4}$год, якщо відомо, якщо передбачається використання станка у нормальний період експлуатації.

Практична робота №4.

Аналітичне визначення кількісних характеристик надійності виробів для нормального закону розподілу (закон Гауса).

Нормальний розподіл є основним у математичній статистиці. Він утворюється, коли на випадкову величину діє велика кількість факторів. В теорії надійності нормальним розподілом описують наробітки на відмову об'єктів внаслідок їх зносу та старіння.

Нормальний закон розподілу характеризується двома статистичними параметрами: математичним очікуванням m_tта середньоквадратичним відхиленням δ_t.

Щільність розподілу наробітку до відмови має наступний вигляд:

$$F(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^t e^{-\frac{(t-m_t)^2}{2\delta_t}} dt$$

де m_t – час безвідмовної роботи об'єкта.

Для визначення ймовірності безвідмовної роботи та імовірності відмов, часто використовують функцію Лапласа Φ(U),

$$\Phi(U) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^u e^{-\frac{(U)^2}{2}} dU$$

У такому випадку:

$$P(t) = 0{,}5 - \Phi(U)$$

$$Q(t) = 0{,}5 + \Phi(U),$$

Φ(0)=0; Φ(-U)=-Φ(U); $\Phi(\infty) = 0{,}5$

де $U = \frac{t-m_t}{\delta_t}$

$$F(t) = \frac{\varphi(U)}{\delta_t}$$

$$\varphi(U) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(U)^2}{2}}$$

$$\lambda(t) = \frac{F(t)}{P(t)} = \frac{\varphi(U)}{\delta_t(0{,}5 - \Phi(U))}$$

$$T_{\text{ср}} = m_t + \frac{\delta_t}{\sqrt{2\pi}\Phi(\frac{m_t}{\delta_t})} e^{-\frac{{m_t}^2}{2{\delta_t}^2}}$$

Приклад.

Нехай час роботи елементу до відмови підпорядковується НЗР з параметрами m_t=8000 годин, δ_t=2000 годин.

Необхідно визначити кількісні характеристики надійності для t=4000, 6000 та 8000 годин.

$$U = \frac{t - m_t}{\delta_t}$$

1. $U = \frac{4000-8000}{2000} = -2$
2. $U = \frac{6000-8000}{2000} = -1$
3. $U = \frac{8000-8000}{2000} = 0$

$$P_1(t) = 0{,}5 - \Phi(U) = 0{,}5 + \Phi(2) = 0{,}5 + 0{,}4772 = 0{,}9772$$
$$P_2(t) = 0{,}5 - \Phi(U) = 0{,}5 + \Phi(1) = 0{,}5 + 0{,}3413 = 0{,}8413$$
$$P_3(t) = 0{,}5 - \Phi(U) = 0{,}5 + \Phi(0) = 0{,}5 + 0 = 0{,}5$$
$$F_1(t) = \frac{\varphi(U)}{\delta_t} = \frac{\varphi(-2)}{2000} = \frac{0{,}05399}{2000} = 2{,}7 \cdot 10^{-5} 1/\text{год}$$
$$F_2(t) = \frac{\varphi(U)}{\delta_t} = \frac{\varphi(1)}{2000} = \frac{0{,}2420}{2000} = 12{,}1 \cdot 10^{-5} 1/\text{год}$$
$$F_1(t) = \frac{\varphi(U)}{\delta_t} = \frac{\varphi(0)}{2000} = \frac{0{,}3989}{2000} = 20 \cdot 10^{-5} 1/\text{год}$$
$$\lambda_1(t) = \frac{F(t)}{P(t)} = \frac{2{,}7 \cdot 10^{-5}}{0{,}9772} = 2{,}76 \cdot 10^{-5}\ 1/\text{год}$$
$$\lambda_2(t) = \frac{F(t)}{P(t)} = \frac{12{,}1 \cdot 10^{-5}}{0{,}8413} = 14{,}4 \cdot 10^{-5}\ 1/\text{год}$$
$$\lambda_3(t) = \frac{F(t)}{P(t)} = \frac{20 \cdot 10^{-5}}{0{,}5} = 40 \cdot 10^{-5}\ 1/\text{год}$$
$$T_{\text{ср}} = m_t + \frac{\delta_t}{\sqrt{2\pi}\Phi(\frac{m_t}{\delta_t})} e^{-\frac{{m_t}^2}{2{\delta_t}^2}} = 8000 + \frac{2000}{\sqrt{2 * 3{,}14}\Phi(\frac{8000}{2000})} \mathrm{e}^{-\frac{8000^2}{2*2000^2}} = 8000{,}26 \text{ год}$$

Задачі для самостійного розв'язання

Нехай час роботи до відмови підпорядковується НЗР з параметрами m_t=8000 годин, δ_t=1000, 2000 та 3000 годин.

Необхідно визначити кількісні характеристики надійності $P(t), F(t), \lambda\ (t)$ для t=6000, 8000 та 10000 годин та побудувати графіки $P(t)$ для 1 варіанту, $F(t)$ для 2 варіанту.

Варіант обирається згідно порядкового номеру у списку групи: студент, номер якого закінчується на непарну цифру, обирає 1 варіант, на парну – 2 варіант.

Практична робота №5.
Аналітичне визначення кількісних характеристик надійності виробів для закону розподілу Релея.

Розподіл Релея достатньо повно описує поведінку виробів з явно вираженим ефектом старіння і зношеності. Зустрічається при аналізі надійності автоматичних систем (АС) та технологічних процесів з резервуванням елементів, вузлів АС чи технологічного обладнання.

Даний розподіл характеризується наступними співвідношеннями для визначення основних показників надійності:

1. Ймовірність безвідмовної роботи
$$P(t) = e^{-\frac{t^2}{2\sigma_*^2}}$$
де σ_*– параметр розподілу Релея, який одночасно є модою цього розподілу. Мода неперервного розподілу – це точка максимуму щільності розподілу ймовірності

2. Ймовірність відмови
$$Q(t) = 1 - e^{-\frac{t^2}{2\sigma_*^2}}$$
3. Частота (щільність) відмов
$$F(t) = \frac{t}{\sigma_*^2} e^{-\frac{t^2}{2\sigma_*^2}} = \frac{t}{\sigma_*^2} P(t)$$
4. Інтенсивність відмов
$$\lambda(t) = \frac{t}{\sigma_*^2}$$
5. Середній час безвідмовної роботи
$$T_{\text{ср}} = \sigma_* \sqrt{\frac{\pi}{2}}$$

Графіки основних параметрів надійності наведені на рис. 1.

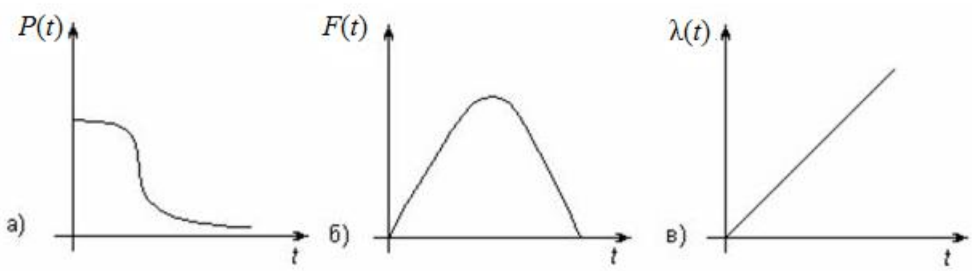


Рисунок 1 – Характеристики зміни ймовірності безвідмовної роботи (а), щільності розподілу напрацювання до відмови (б) та інтенсивності відмови (в) розподіленими за законом Релея.

Характерною ознакою розподілу Релея є пряма лінія графіка λ(t), що починається з початку координат.

Приклад

Час роботи виробу до відмови підпорядковується закону розподілу Релея. Необхідно визначити кількісні характеристики надійності виробу $P(t)$, $F(t)$, $\lambda(t)$ та $T_{\text{ср}}$ для t = 1000 год, якщо параметр розподілу $\sigma_* = 1000$ год.

Розв'язок.

Використаємо формули (1), (3)-(5).

1. Розрахуємо ймовірність безвідмовної роботи

$$P(t) = e^{-\frac{t^2}{2\sigma_*^2}} = e^{-\frac{1000^2}{2\cdot 1000^2}} = e^{-0.5} = 0.606$$

2. Частота (густина) відмов

$$F(t) = \frac{t}{\sigma_*^2} e^{-\frac{t^2}{2\sigma_*^2}} = \frac{t}{\sigma_*^2} P(t) = \frac{1000}{1000^2} \cdot 0.606 = 0.606 \cdot 10^{-3} 1/\text{год}$$

3. Інтенсивність відмов

$$\lambda(t) = \frac{t}{\sigma_*^2} = \frac{1000}{1000^2} = 10^{-3} 1/\text{год}$$

4. Середній час безвідмовної роботи

$$T_{\text{ср}} = \sigma_* \sqrt{\frac{\pi}{2}} = 1000 \cdot 1.253 = 1253 \text{ год}$$

Задачі для самостійного розв'язку

Задача №1 (I, II варіант)

Час безвідмовної роботи виробу підпорядковується закону розподілу Релея з параметром розподілу $\sigma_* = 1860$ год. Необхідно визначити кількісні характеристики надійності виробу $P(t)$, $F(t)$, $\lambda(t)$ та $T_{\text{ср}}$ для t = 1000 год.

Задача №2 (I варіант)

Ймовірність безвідмовної роботи виробу впродовж t = 1000 год: $P(1000) = 0.95$. Час справної роботи підпорядковується закону Релея. Необхідно визначити кількісні характеристики надійності $F(t)$, $\lambda(t)$ та $T_{\text{ср}}$.

Задача №2 (II варіант)

Середній час справної роботи виробу складає 1260 годин. Час справної роботи підпорядковується закону Релея. Необхідно знайти його кількісні характеристики надійності $P(t), F(t)$, $\lambda(t)$ для t = 1000 год.

Практична робота №6
Аналітичне визначення кількісних характеристик надійності виробів для закону розподілу Вейбулла.

Такий розподіл має напрацювання до відмови деяких невідновлювальних виробів.

Розподіл Вейбулла використовують для опису закономірностей відмов під дією зносу і старіння, відмов послідовно з'єднаних і дубльованих елементів, відмов, яки виникають у наслідок скрити дефектів. Особливо часто розподіл Вейбулла застосовують тоді, коли потік відмов нестаціонарний і інтенсивність відмов змінюється з плином часу.

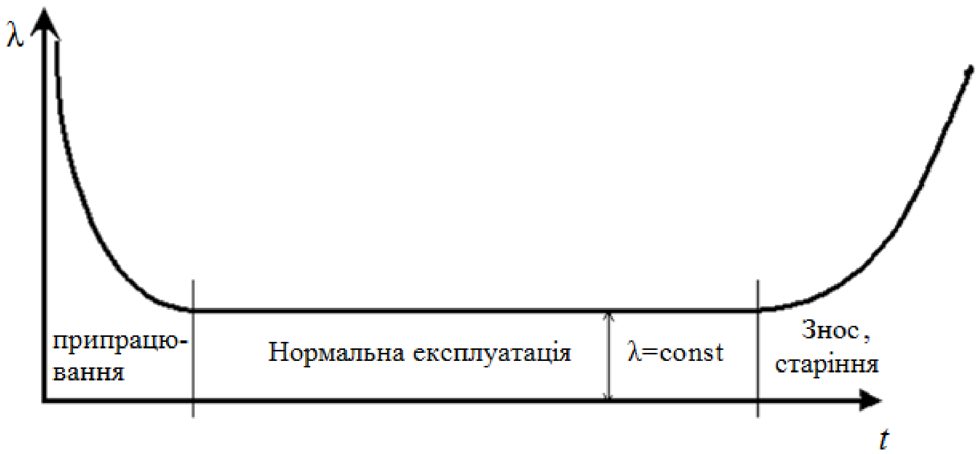


Рис. 1. Залежність інтенсивності відмов від часу.

Період припрацювання характеризується високою інтенсивністю відмов, викликаних відхиленням від вимог конструкторсько-технологічної документації, що розподіляються за законом розподілу Вейбулла й усуваються за рахунок введення технологічного припрацювання («технологічного прогону»). Як видно з рис. 2.1 інтенсивність відмов на першому періоді монотонно зменшується.

Період нормальної експлуатації характеризується мінімальною і постійною інтенсивностями відмов. Ці відмови називаються **раптовими**, носять випадковий характер і розподіляються як правило за експоненціальним законом розподілу. Тут інтенсивність відмов залишається приблизно однаковою (див. рис. 2.1).

Період старіння або зносу характеризується різким збільшенням інтенсивності **зносових** відмов, що розподіляються за нормальним законом розподілу (законом Гаусса). На третьому періоді, як видно з рис. 2.1, інтенсивність відмов постійно зростає.

Розподіл Вейбулла двопараметричного. Параметр a - визначає масштаб. Параметр $к$ - асиметрію(форми).

Цей закон є універсальним, так як при відповідних значеннях параметрів перетворюється в нормальне, експоненціальне і інші види розподілів.

За допомогою параметра α зручно підбирати аналітичний опис для різних експериментальних залежностей. При $к = 1$ розподіл Вейбулла стає експоненціальним. При значеннях параметра $к < 1$ інтенсивність відмов монотонно убуває з часом, а при $к > 1$ монотонно зростає. Підбираючи значення $а$ і $к$ можна досягти наближення аналітичної функції розподілу до дослідних даними.

Характеристика зміни ймовірності безвідмовної роботи, що залежить від часу напрацювання при перерозподілі відмов за законом Вейбулла, подана на рис. 2.2.

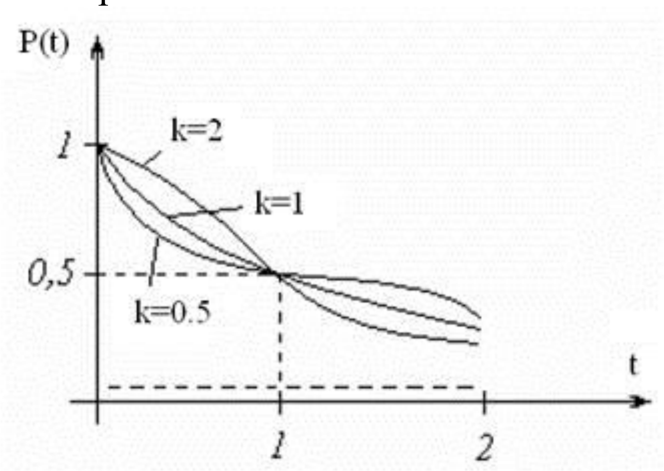


Рисунок 2.2 – Характеристика зміни ймовірності безвідмовної роботи для розподілу Вейбулла при k=2, k=1 та k=0.5

Отже, інтенсивність відмов $\lambda(t)$, що розподілені за законом Вейбулла, при $k < 1$ – монотонно зменшується, при $k > 1$ – монотонно збільшується і при $k = 1$ – λ= const (рис. 2.3).

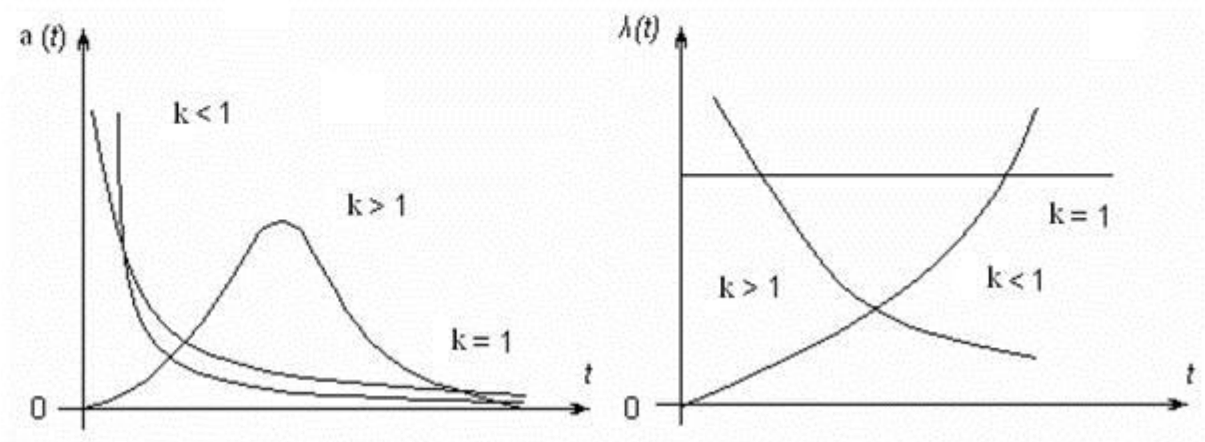


Рисунок 2.3 – Характеристики зміни частоти та інтенсивності відмов, що розподілені за законом Вейбулла

Даний розподіл характеризується наступними співвідношеннями для визначення основних показників надійності.

$$P(t) = e^{-at^k}$$

$$Q(t) = 1 - e^{-at^k}$$
$$F(t) = akt^{k-1}\,P(t)$$
$$F(t) = akt^{k-1}$$
$$T_{\text{ср}} = \frac{\frac{1}{k}\Gamma\left(\frac{1}{k}\right)}{a^{\frac{1}{k}}} = a^{-\frac{1}{k}}\Gamma\left(1+\frac{1}{k}\right)$$

Приклад

Час безвідмовної роботи виробу підпорядковується закону розподілу Вейбулаз параметрами $k = 1.5$, $a = 10^{-4}$ 1/год, а час роботи виробу t = 100 годин. Необхідно обчислити кількісні характеристики надійності виробу $P(t)$, $F(t)$, $\lambda(t)$ та $T_{\text{ср}}$.

Розв'язок.

Використаємо формули (1), (3)-(5).

1. Розрахуємо ймовірність безвідмовної роботи

$$P(t) = e^{-at^k} = e^{-10^{-4}100^{1.5}} = e^{-0.1} = 0.9048$$

2. Частота (густина) відмов

$$\mathrm{F(t)} = \mathrm{akt^{k-1}}\ \mathrm{P(t)} = 10^{-4}\cdot 1.5\cdot 100^{1.5-1}0.9048 = 1.35\cdot 10^{-3}\ 1/\text{год}$$

3. Інтенсивність відмов

$$\lambda(\mathrm{t}) = \mathrm{akt^{k-1}} = 10^{-4}\cdot 1.5\cdot 100^{1.5-1} = \frac{\mathrm{F(t)}}{P(t)} = 1.5\cdot 10^{-3} 1/\text{год}$$

4. Середній час безвідмовної роботи

$$\mathrm{T_{ср}} = \frac{\frac{1}{\mathrm{k}}\Gamma\left(\frac{1}{\mathrm{k}}\right)}{\mathrm{a}^{\frac{1}{\mathrm{k}}}} = \mathrm{a}^{-\frac{1}{\mathrm{k}}}\Gamma\left(1+\frac{1}{\mathrm{k}}\right) = \frac{\Gamma\left(1+\frac{1}{1.5}\right)}{(10^{-4})^{\frac{1}{1.5}}} = \frac{\Gamma(1.666)}{10^{-2.666}} = 411.72\ \text{год}$$

Задачі для самостійного розв'язку

Задача №1 (I варіант)

Час справної роботи швидкісних підшипників підпорядковується закону розподілу Вейбула з параметрами $k = 2.6$, $a = 1{,}65\cdot 10^{-7}$ 1/год, Необхідно розрахувати кількісні характеристики надійності виробу $P(t)$, $F(t)$, $\lambda(t)$ для t = 150 годин та середній час безвідмовної роботи.

Задача №1 (II варіант)

Установлено, що наробіток до відмови електродвигуна приводу підпорядковується закону розподілу Вейбула з параметрами $k = 1.8$, Ймовірність безвідмовної роботи електродвигуна протягом 100 годин, дорівнює 0,95. Потрібно визначити інтенсивність відмов для t = 100 год і середній наробіток до відмови електродвигуна.

Практична робота №7

Визначення кількісних характеристик надійності за статистичними даними відмов виробів.

Мета: отримання навичок знаходження кількісних характеристик надійності за статистичним даними відмов виробів.

Звіт має містити:

1. Назву лабораторної роботи.
2. Мету роботи.
3. Короткі теоретичні відомості.
4. Розв’язати задачі, згідно варіанту.
5. Висновки по роботі.

Короткі теоретичні відомості.

1. Ймовірність безвідмовної роботи – неймовірність того, що протягом заданого наробітку відмова об’єкта не виникне.

$$p(t) = \frac{N(t)}{N_0}$$

де $N(t)$ – кількість виробів, які не відмовили(працездатні) на момент часу t, N_0 – число виробів над якими проводяться досліди.

2. Ймовірність відмови – імовірність того, що при певних умовах експлуатації у заданому інтервалі часу виникне хоча б одна відмова.

$$q(t) = \frac{N_0 - N(t)}{N_0} = 1 - p(t)$$

3. Густина розподілу(частота відмов) – відношення числа виробів, що відмовили, за одиницю часу до початкового числу виробів, що досліджуються, за умови, що всі вироби, що відмовили, не відновлюються.

$$f(t) = \frac{\Delta N(t)}{N_0 \cdot \Delta t}$$

де $\Delta N(t)$ – кількість виробів, які відмовили на відрізку часу (t, t+Δt), Δt – інтервал часу

4. Інтенсивність відмов – це умовна густина ймовірності виникнення відмови об’єкта, яка визначається:

$$\lambda(t) = \frac{\Delta N(t)}{N(t) \cdot \Delta t} = \frac{f(t)}{p(t)}$$

5. Середній час безвідмовної роботи (наробіток до відмови):

$$T_{\text{ср}} = \frac{1}{N_0}\sum_{i=1}^{N} t_i$$

де t_i – час безвідмовної роботи і-ого виробу

Приклад 1.

На випробування поставлено 1000 транзисторів, за перші 3000годин відмовило 80 транзисторів, а за інтервал часу від 3000 до 4000 годин відмовило ще 50. Визначити статистичну оцінку імовірності безвідмовної роботи та імовірності віднови за 3000 годин; частоту відмов та інтенсивність відмов на проміжку часу від 3000 до 4000 годин.

Розв’язок.

$$p(3000) = \frac{N(t)}{N_0} = \frac{920}{1000} = 0{,}92$$

$$q(3000) = \frac{N_0 - N(t)}{N_0} = 1 - p(t) = \frac{80}{1000} = 1 - 0{,}92 = 0{,}08$$

$$f(3000 - 4000) = \frac{\Delta N(t)}{N_0 \cdot \Delta t} = \frac{50}{1000 * 1000} = 0{,}5 \cdot 10^{-4} 1/\text{г}$$

$$\lambda(3000-4000)=\frac{\Delta N(t)}{N(t)\cdot\Delta t}=\frac{f(t)}{p(t)}=\frac{50}{(1000-80-50)\cdot 1000}=\frac{0{,}5\cdot 10^{-4}}{0{,}87}=0{,}57\cdot 10^{-4} 1/\text{г}$$

Приклад 2.

На випробування поставлено 800 реле. За 2000 годин відмовило 200. За інтервал часу у 500 годин, відмовило ще 100. Визначити ймовірність безвідмовної роботи *p*(2000), *p*(2500), *f*(2000), *f*(2500), λ(2000), λ(2500).

Розв'язок.

$$p(2000)=\frac{N(t)}{N_0}=\frac{600}{800}=0{,}75;\ p(2500)=\frac{500}{800}=0{,}625$$

$$f(2000)=\frac{\Delta N(t)}{N_0\cdot\Delta t}=\frac{200}{800*2000}=1{,}25\cdot 10^{-4} 1/\text{г}$$

$$f(2500)=\frac{300}{800*2500}=1{,}5\cdot 10^{-4} 1/\text{г}$$

$$\lambda(2000)=\frac{\Delta N(t)}{N(t)\cdot\Delta t}=\frac{f(t)}{p(t)}=\frac{200}{(800-200)\cdot 2000}=\frac{1{,}25\cdot 10^{-4}}{0{,}75}=1{,}67\cdot 10^{-4} 1/\text{г}$$

$$\lambda(2500)=\frac{\Delta N(t)}{N(t)\cdot\Delta t}=\frac{f(t)}{p(t)}=\frac{300}{(800-200-100)\cdot 2500}=\frac{1{,}5\cdot 10^{-4}}{0{,}625}=2{,}4\cdot 10^{-4} 1/\text{г}$$

Приклад 3.

На випробування поставлено 6 однотипних трансформаторів. Отримано наступні значення часу безвідмовної роботи: t_1=280 год, t_2=350 год, t_3=400 год, t_4=320 год, t_5=380 год, t_6=330 год. Знайти статистичну оцінку середнього часу безвідмовної роботи.

Розвязок.

$$T_{\text{ср}}=\frac{1}{N_0}\sum_{i=1}^{N}t_i=\frac{1}{6}(280+350+400+320+380+330)=343{,}3\ \text{год}$$

Приклад 3.

У результаті спостереження за 35 зразками радіо електричної апаратури, отримані дані до першої відмови всіх 35 зразків, які зведені у таблицю.

Δt	0-5	5-10	10-15	15-20	20-25	25-30	30-35	35-40	40-45	45-50
$\Delta N(t)$	1	5	8	2	5	6	4	3	0	1

Визначити середній час безвідмовної роботи.

$$T_{\text{ср}}=\frac{1}{N_0}\sum_{i=1}^{N}t_i=\frac{1}{35}\begin{pmatrix}2{,}5\cdot 1+7{,}5\cdot 5+12{,}5\cdot 8+17{,}5\cdot 2+22{,}5\cdot 5+27{,}5\cdot 6+32{,}5\cdot 4+\\ +37{,}5\cdot 3+42{,}5\cdot 0+47{,}5\cdot 1\end{pmatrix}$$
$$=21{,}21\ \text{год}$$

Задачі для самостійного розв'язку.

Варіант 1.

Задача 1.

На випробування поставлено 100 однотипних виробів. За 4000 годин відмовило 50 виробів. За інтервал часу від 4000 до 4100 відмовило ще 20 виробів. Визначити імовірність безвідмовної роботи та імовірність відмов для часу 4100 годин; частоту відмов та інтенсивність відмов для інтервалу від 4000 та 4100 годин.

Задача 2.

Протягом 3000 годин випробовувалися 395 приладів. Розподіл їх відмов наведений у таблиці.

Δt	0-300	300-600	600-900	900-1200	1200-1800	1800-2100	2100-2400	2400-3000
$\Delta N(t)$	15	30	50	65	70	100	50	15

1. Визначити середній час безвідмовної роботи.
2. Побудувати графік інтенсивності відмов.

Варіант 2.

Задача 1.

Протягом 1000 годин із 10 трансформаторів відмовило 2. За інтервал від 1000 до 1100 годин відмовив ще 1 трансформатор. Визначити імовірність безвідмовної роботи та імовірність відмов для часу 1000 годин; частоту відмов та інтенсивність відмов для 1000 та 1100 годин.

Задача 2.

Протягом 3000 годин випробовувалися 55 приладів. Розподіл їх відмов наведений у таблиці.

Δt	0-300	300-600	600-900	900-1200	1200-1800	1800-2100	2100-2400	2400-3000
$\Delta N(t)$	2	9	12	3	8	15	4	2

1. Визначити середній час безвідмовної роботи.
2. Побудувати графік частоти відмов.

Практична робота №8

Визначення показників ремонтопридатності. Коефіцієнт готовності.

Мета: отримання навичок розрахунку показників ремонтопридатності та коефіцієнта готовності виробів.

Звіт має містити:

1. Назву практичної роботи.
2. Мету роботи.
3. Розв'язати задачі, згідно варіанту.
4. Висновки по роботі.

Приклад 1.

За час експлуатації електрообладнання було зафіксовано 12 відмов, 7 з яких вдалося відновити за 1,5 годин. Необхідно визначити показники ремонтопридатності виробів.

Розв'язок:

Дано:
$N_в(1{,}5) = 7$
$N_{0в}=12$
$\Delta t = 1{,}5$ год

Знайти:
$\upsilon(1{,}5), \omega(1{,}5),$
$\mu(1{,}5)$

Розв'язок:

$$\upsilon(t) = \frac{N_в(t)}{N_{0в}}$$

$$\upsilon(1{,}5) = \frac{7}{12} = 0{,}58$$

$$\omega(t) = \frac{N_в(t)}{N_{0в} \cdot \Delta t}$$

$$\omega(1{,}5) = \frac{7}{12 \cdot 1{,}5} = 0{,}39 \ \ 1/год$$

$$\mu(t) = \frac{\omega(t)}{\bar{v}(t)}$$

$$\mu(1{,}5) = \frac{0{,}39}{1 - 0{,}58} = 0{,}93 \ 1/год$$

Приклад 2.

Апаратура мала середній наробіток на відмову $t_{ср}$ = 65 г та середній час на відновлення $t_в$ = 1,25 ч. Визначити коефіцієнт готовності апаратури $К_г$.

Дано:
$t_{ср}$ = 65 ч
$t_в$ = 1,25 ч

Знайти:
$К_г$

Розв'язок:

$$K_г = \frac{t_{ср}}{t_{ср} + t_в}$$

$$K_г = \frac{65}{65+1{,}25} = 0{,}98.$$

Приклад 3.

Відомо, що інтенсивність відмов λ = 0,02 1/год, а середній час на відновлення t_B = 10 г. Необхідно визначити коефіцієнт готовності.

Дано:
t_B = 10 ч
λ = 0,02 1/год

Знайти:
$К_Г$

Розв'язок:
Коефіцієнт готовності визначається за формулою:

$$К_г = \frac{t_{ср}}{t_{ср} + t_в}$$

Середній наробіток до першої відмови $t_{ср} = \frac{1}{\lambda}$.
Тоді

$$К_г = \frac{\frac{1}{\lambda}}{\frac{1}{\lambda} + t_в}$$

$$К_г = \frac{\frac{1}{0.02}}{\frac{1}{0.02} + 10} = 0.83$$

Приклад 4.

За спостерігає мий час роботи апаратури було зафіксовано 8 відмов. Час на відновлення склав: t_1 = 12 хв, t_2 = 23 хв, t_3 = 15 хв, t_4 = 9 хв, t_5 = 17 хв, t_6 = 28 хв, t_7 = 25 хв, t_8 = 31 хв. Визначити середній час на відновлення апаратури.

Дано:
n = 8 отказов
t_1 = 12 хв
t_2 = 23 хв
t_3 = 15 хв
t_4 = 9 хв
t_5 = 17 хв
t_6 = 28 хв
t_7 = 25 хв
t_8 = 31 хв

Знайти:
$t_{ср.в}$

Розв'язок:

$$t_{ср.в} = \frac{\sum_{i=1}^{n} t_i}{n} ;$$

$$t_{ср.в} = \frac{12+23+15+9+17+28+25+31}{8} = 20 \text{ хв}.$$

Задачі для самостійного розв'язку.

Варіант 1.

Задача 1.
За час експлуатації було зафіксовано 20 відмов, 5 з яких вдалося відновити за 15 хвилин. Необхідно визначити показники ремонтопридатності.

Задача 2.
При експлуатації електрообладнання зареєстровано 20 відмов, з них на ремонт витрачено: на 8 електродвигунів – 1,5 години, на 2 магнітних пускача – 25 хвилин, на 4 реле – 10 хвилин, а на 6 електромагнітних приладів – 20 хвилин. Визначити середній час на відновлення електрообладнання та коефіцієнт готовності реле, якщо відомо, що середній час напрацювання до відмови – 600 годин.

Варіант 2.

Задача 1.
За час експлуатації було зафіксовано 40 відмов, 15 з яких вдалося відновити за 3 години. Необхідно визначити показники ремонтопридатності.

Задача 2.
При експлуатації електрообладнання зареєстровано 20 відмов, з них на ремонт витрачено: на 8 електродвигунів – 1,5 години, на 2 магнітних пускача – 25 хвилин, на 4 реле – 10 хвилин, а на 6 електромагнітних приладів – 20 хвилин. Визначити середній час на відновлення електрообладнання та коефіцієнт готовності електромагнітного приладу, якщо відомо, що середній час напрацювання до відмови – 400 годин.

Практична робота №9
Визначення надійності невідновлювальних автоматизованих систем при основному з'єднані елементів (нерезервовані системи)

З'єднання елементів в такій системі називається основним (послідовним). Його характерною особливістю є те, що відмова будь-якого одного елемента приводить до відмови всього об'єкта. Тому система працює безвідмовно тільки за умови, що всі її елементи працюють безвідмовно. Структурно-логічна схема нерезервованої системи представлена на рис. 1

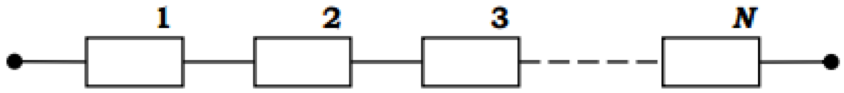


Рис. 1

Нехай елементи з'єднано так, як показано на рис.1

Тоді імовірність безвідмовної роботи системи у продовж часу t дорівнює добутку імовірності безвідмовної роботи її елементів у продовж того ж часу. Так як імовірність безвідмовної роботи елемента у продовж часу t можна записати у наступному вигляді:

$P(t) = e^{-\int_0^t \lambda(t)dt}$,

То розрахункові формули для імовірності безвідмовної роботи технічного пристрою при основному з'єднанні елементів можна записати у наступному вигляді:

$$P_c(t) = p_1(t)p_1(t) \dots p_N(t) = \prod_{i=1}^{N} p_i(t)$$

$$P_c(t) = \prod_{i=1}^{N} e^{-\int_0^t \lambda_i(t)dt} = e^{-\sum_{i=1}^{N} \lambda_i t} = e^{-\lambda_c t}$$

$$\lambda_c = \sum_{i=1}^{N} \lambda_i$$

$$f(t) = \lambda_c e^{-\lambda_c t}$$

$$T_{\text{ср с}} = 1/\lambda_c$$

Якщо всі елементи даного типу равнонадійні , то інтенсивність відмов системи буде:

$\lambda_c = \sum_{i=1}^{r} N_i \lambda_i$,

Де N_i – число елементів i-ого типу, r – число типів елементів.

Приклад 1.

Система складається з 1260 елементів , середня інтенсивність відмов яких $\lambda_{\text{ср}} = 0{,}32 \cdot 10^{-6}$ 1/год Необхідно визначити імовірність безвідмовної роботи в продовж t=50 год середній наробіток до відмови

Розв’язок

$$\lambda_c = \lambda_{\text{ср}} N = 0{,}32 \cdot 10^{-6} \cdot 1260 = 4{,}032 \cdot 10^{-3} 1/\text{год}$$

$$P(50) = e^{-\lambda_c t} = e^{-4{,}032 \cdot 10^{-3} \cdot 50} = 0{,}82$$

$$T_{\text{ср с}} = \frac{1}{\lambda_c} = \frac{1}{4{,}032 \cdot 10^{-3}} = 250 \text{ год}$$

Приклад 2.

Система складається з трьох блоків , середній наробіток до першої відмови яких дорівнює $T_1 = 160$ год, $T_2 = 320$ год, $T_3 = 600$ год. Для блоків справедливим є експоненціальний закон розподілу. Визначити середні наробіток до першої відмови системи .

Розв’язок

$$\lambda_c = \frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_2} + \frac{1}{\lambda_3} = \frac{1}{160} + \frac{1}{320} + \frac{1}{600} = 0.011 \; 1/\text{год}$$

$$T_{\text{ср с}} = \frac{1}{\lambda_c} = \frac{1}{0.011} = 91 \text{ год}$$

Приклад 3.

Система складається з 2 пристроїв. Імовірність безвідмовної роботи кожного з них впродовж часу t=100 год дорівнює $p_1(t) = 0{,}95$, $p_2(t) = 0{,}97$. Справедливим є експоненціальний закон надійності. Визначити середній наробіток до першої відмови системи.

Розв’язок

$$P_c(100) = p_1(t) \cdot p_2(t) = 0{,}95 \cdot 0{,}97 = 0{,}92$$

$$P_c(t) = e^{-\lambda_c t}$$

$$P(100) = e^{-\lambda_c 100} = 0{,}92$$

$$\lambda_c = -\frac{\ln(0{,}92)}{100} = 0.83 \cdot 10^{-3} 1/\text{год}$$

Тоді

$$T_{\text{ср с}} = \frac{1}{\lambda_c} = \frac{1}{0{,}83 \cdot 10^{-3}} = 1200 \text{ год}$$

Задачі для самостійного розв'язку

Варіант 1

Задача 1

Пристрій складається з чотирьох елементів в основному з'єднанні. Інтенсивність відмов елементів: $\lambda_1 = 1 \cdot 10^{-4}$ 1/год, $\lambda_2 = 5 \cdot 10^{-4}$ 1/год, $\lambda_3 = 2 \cdot 10^{-4}$ 1/год, $\lambda_3 = \lambda_4$ Визначити середній наробіток до відмови пристрою та густину розподілу для t=100год.

Задача 2

Система складається з чотирьох блоків , середній наробіток до першої відмови яких дорівнює $T_1 = 60$ год, $T_2 = 120$ год, $T_3 = 80$ год, $T_4 = 100$ год Для блоків справедливим є експоненціальний закон розподілу. Визначити імовірність безвідмовної робити системи для t=30 год .

Варіант 2

Задача 1

Прилад , що працює протягом часу t=120 год, складається з трьох вузлів. Відмови кожного з вузлів веде до відмови приладу. Знайти імовірність відмови приладу, якщо надійність першого вузла – 0,8, другого – 0,9, третього – 0,7. Та середній час безвідмовної роботи системи

Задача 2

Система складається з 700 елементів , середня інтенсивність відмов яких $\lambda_{\text{ср}} = 0{,}52 \cdot 10^{-5}$ 1/год Необхідно визначити імовірність відмови в продовж t=150 год та густину розподілу.

Практична робота № 10

Система має кратність загального резервування $m = 5$. Основне коло нерезервованої частини містить чотири рівнонадійних елемента з послідовним з'єднанням. Інтенсивність відмов одного елемента $\lambda = 0{,}2 \cdot 10^{-3}$ 1/год. Визначити імовірність безвідмовної роботи та середній час до відмови системи за $t = 1000$ год.

Розв'язок

Визначимо інтенсивність відмов основного кола по формулі:

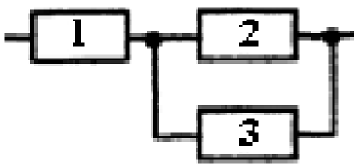
$$\lambda_0 = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i = n \cdot \lambda = 4 \cdot 0{,}2 \cdot 10^{-3} = 0{,}8 \cdot 10^{-3} 1/\text{год}$$

Імовірність безвідмовної роботи визначимо по формулі:

$$P_c(t) = 1 - \left[1 - e^{-\lambda_0 t}\right]^{m+1} = 1 - \left[1 - e^{-0{,}8 \cdot 10^{-3}}\right]^{5+1} = 0.972$$

$$T_c = \frac{1}{0{,}8 \cdot 10^{-3}}\left[\left(\frac{1}{1+0}\right) + \left(\frac{1}{1+1}\right) + \left(\frac{1}{1+2}\right) + \left(\frac{1}{1+3}\right) + \left(\frac{1}{1+4}\right) + \left(\frac{1}{1+5}\right)\right] = 3062 \text{ год}$$

Змішане резервування:



Для розрахунку надійності таких систем використовується наступний принцип перетворення:

система зводиться до послідовного з'єднання

$P_c(t) = P_1(t) \cdot P_{23}(t)$,

де $P_{23}(t)$ розраховується як роздільне резервування:

$P_{23}(t) = 1 - [1 - P_2(t)][1 - P_3(t)]$

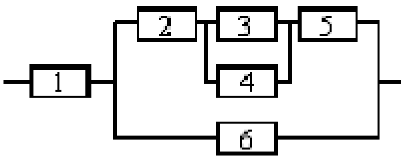
Тоді:

$$P_c(t) = P_1(t) \cdot \left[1 - [1 - P_2(t)][1 - P_3(t)]\right]$$

Задачі для самостійного розв'язку

Задача 1

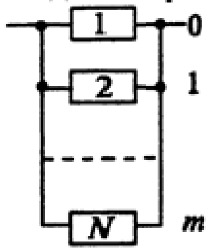
1. Визначте імовірність відмови системи, схему якої наведено на рисунку. Інтенсивність відмов елементів системи $\lambda_1 = 0{,}5 \cdot 10^{-3}$ 1/год, $\lambda_2 = 1{,}5 \cdot 10^{-3}$ 1/год, $\lambda_3 = \lambda_4 = 2{,}0 \cdot 10^{-3}$ 1/год, $\lambda_5 = 3{,}5 \cdot 10^{-3}$ 1/год, $\lambda_6 = 3{,}0 \cdot 10^{-3}$ 1/год, наробіток t = 1200 годин



Практична робота № 11

Визначення надійності невідновлювальних автоматизованих систем при роздільному, загальному та змішаному з'єднаннях

Роздільне резервування.



Показники надійності для роздільного резервування з постійно ввімкненим резервом для експоненціального закону розподілу, якщо всі елементи даного типу рівнонадійні, то:

$$P_c(t) = 1 - (1 - e^{-\lambda_0 t})^{m+1}$$

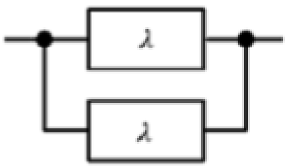
$$F_c(t) = -\frac{dP(t)}{dt} = (m+1)\lambda_0 e^{-\lambda_0 t}(1 - e^{-\lambda_0 t})^m$$

$$\lambda_c(t) = \frac{F_c(t)}{P_c(t)} = \frac{(m+1)\lambda_0 e^{-\lambda_0 t}(1 - e^{-\lambda_0 t})^m}{1 - (1 - e^{-\lambda_0 t})^{m+1}}$$

$$T_c = \frac{1}{\lambda_0}\sum_{j=0}^{m}\frac{1}{1+j}$$

Приклад 1.

Схема системи наведена на рис.



Передбачається, що наслідок відмов відсутній і всі елементи розрахунку рівнонадійні. Інтенсивність відмов елементів $\lambda = 1{,}35 \cdot 10^{-3}$ 1/год. Потрібно визначити показники надійності системи для $t = 1000$ год.

Розв'язок

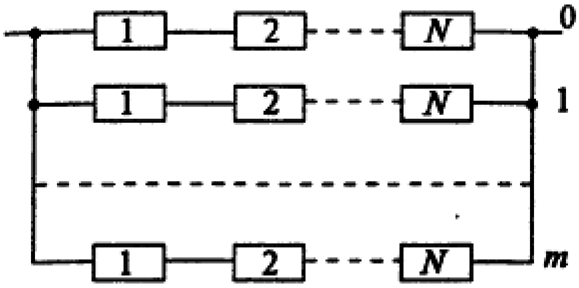
$$\mathrm{P_c(t)} = 1 - (1 - \mathrm{e}^{-1{,}35\cdot10^{-3}\cdot1000})^{1+1} = 0{,}45$$

$$\mathrm{F_c(t)} = -\frac{\mathrm{dP(t)}}{\mathrm{dt}} = (1+1)1{,}35 \cdot 10^{-3}\mathrm{e}^{-1{,}35\cdot10^{-3}\cdot1000}(1 - \mathrm{e}^{-1{,}35\cdot10^{-3}\cdot1000})^1$$
$$= 0{,}517 \cdot 10^{-3}\ 1/\text{год}$$

$$\lambda_c(\mathrm{t}) = \frac{\mathrm{F_c(t)}}{\mathrm{P_c(t)}} = \frac{0{,}517 \cdot 10^{-3}}{0{,}45} = 1{,}148 \cdot 10^{-3}\ 1/\text{год}$$

$$T_c = \frac{1}{1{,}35 \cdot 10^{-3}}\left[\left(\frac{1}{1+0}\right) + \left(\frac{1}{1+1}\right)\right] = 370 \text{ год}$$

Загальне резервування.



Показники надійності для загального резервування з постійн ввімкненим резервом для експоненціального закону розподілу, якщо в ланцюги даного типу рівнонадійні, то:

$$P_c(t) = 1 - \left[1 - e^{-\lambda_0 t}\right]^{m+1}$$

де λ_0 – інтенсивність відмов ланцюга для систем з загальни резервуванням буде визначатись:

$$\lambda_0 = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i$$

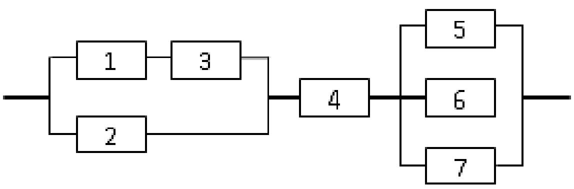
$$F_c(t) = -\frac{dP(t)}{dt} = (m+1)\lambda_0 e^{-\lambda_0 t}(1 - e^{-\lambda_0 t})^m$$

$$\lambda_c(t) = \frac{F_c(t)}{P_c(t)} = \frac{(m+1)\lambda_0 e^{-\lambda_0 t}(1 - e^{-\lambda_0 t})^m}{1 - (1 - e^{-\lambda_0 t})^{m+1}}$$

$$T_c = \frac{1}{\lambda_0}\sum_{j=0}^{m} \frac{1}{1+j}$$

Приклад

Напишіть вираз для визначення імовірності безвідмовної роботи системи та розрахуйте його числове значення (підпорядковується ЕЗР), якщо схема надійності системи наведена на рисунку разом з інтенсивностями відмов елементів $\lambda_1 = 2{,}5 \cdot 10^{-3}$ 1/год, $\lambda_2 = 1{,}3 \cdot 10^{-3}$ 1/год, $\lambda_3 = 2{,}0 \cdot 10^{-3}$ 1/год, $\lambda_4 = 5{,}5 \cdot 10^{-3}$ 1/год, $\lambda_5 = \lambda_6 = \lambda_7 = 3{,}5 \cdot 10^{-3}$ 1/год; наробіток t = 100 годин



Розв'язок

Напишемо загальний вираз для визначення імовірності безвідмовної роботи системи:

$$P_c(t) = P_{123}(t) \cdot P_4(t) \cdot P_{567}(t),$$

де

$$P_{13}(t) = P_1(t) \cdot P_3(t)$$

$$P_{123}(t) = 1 - (1 - P_{13}(t))(1 - P_2(t))$$

Так як $\lambda_5 = \lambda_6 = \lambda_7$, то:

$$P_{567}(t) = 1 - (1 - P_5(t))^3$$

Для експоненціального закону розподілу

$$P(t) = e^{-\lambda t}$$

Тоді:

$$P_{13}(100) = e^{-\lambda_1 t} \cdot e^{-\lambda_3 t} = e^{-(\lambda_1 + \lambda_3)t} = e^{-(2{,}5 \cdot 10^{-3} + 2{,}0 \cdot 10^{-3})100} = 0{,}497$$

$$P_{123}(100) = 1 - (1 - 0{,}497)(1 - e^{-1{,}3 \cdot 10^{-3}\, 100}) = 0.94$$

$$P_4(100) = e^{-\lambda_4 t} = e^{-5{,}5 \cdot 10^{-3}\, 100} = 0.58$$

$$P_{567}(t) = 1 - (1 - e^{-3{,}5 \cdot 10^{-3}\, 100})^3 = 0{,}974$$

$$P_c(100) = 0.94 \cdot 0.58 \cdot 0{,}974 = 0{,}531$$

Задачі для самостійного розв'язку

Задача 1

1. Напишіть вираз для визначення імовірності відмови системи та розрахуйте його числове значення (підпорядковується ЕЗР), якщо схема надійності системи наведена на рисунку разом з інтенсивностями відмов елементів $\lambda_4 = 5{,}5 \cdot 10^{-4}$ 1/год, $\lambda_5 = \lambda_6 = \lambda_7 = 3{,}5 \cdot 10^{-4}$ 1/год, $\lambda_8 = 3{,}0 \cdot 10^{-4}$ 1/год,; наробіток t = 500 годин